ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ

المملكة المغربية
وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي وتكوين الأطر

Royaume du Maroc
Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche Scientifique et de la Formation des Cadres

PRESIDENCE DU CNAEM 2016

CONCOURS NATIONAL D'ACCES AUX ECOLES DE MANAGEMENT

CNAEM 2016

Filières : ECS

Epreuve de Mathématiques

Durée **4** heures

Cette épreuve comporte six pages au format A4, en plus de cette page de garde

L'usage de tous matériels électroniques, y compris la calculatrice, est interdit

Page de garde

Ecole Nationale de Commerce et de Gestion-Settat, B.P. 658, Km 3 Route de Casablanca Settat Maroc
Tel: +212 5 23 40 12 02 / +212 5 23 40 10 63 | Fax: +212 5 23 40 13 62 |
Email: presidentcnaem2016@encgsettat.ac.ma
Site Web: www.encg-settat.ma

L'énoncé de cette épreuve, particulière aux candidats de la filière ECS, comporte 4 pages.
L'usage de tout matériel électronique, y compris la calculatrice, est interdit

Les candidats sont informés que la qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements constitueront des éléments importants pour l'appréciation des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références *des questions abordées.*

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Le sujet de cette épreuve est composé de deux exercices et de deux problèmes indépendants entre eux.

Exercice 1
Des probabilités avec Scilab

Dans cet exercice, on s'intéresse au maximum de n variables aléatoires indépendantes suivant une loi uniforme sur $\{1,\ldots,p\}$: concrètement, on tire $n=4$ fois un dé à $p=6$ faces : quel est le maximum des tirages ?

On considère donc deux entiers n, p, et n variables aléatoires indépendantes $X_1,\ldots,X_n$, définies sur un espace probabilisé $(\Omega,\mathcal{A},P)$ et suivant la loi uniforme sur $\{1,\ldots,p\}$:

$$\forall k\in\{1,\ldots,p\},\quad X_k\hookrightarrow\mathcal{U}([[1,p]]).$$

On définit par ailleurs la variable aléatoire $Y=\max(X_1,X_2,\ldots,X_n)$.

1. Que vaut $Y(\Omega)$?

2. Déterminer $P(Y=1)$.

3. Pour tout $k\in\{1,\ldots,p\}$, déterminer $P(Y\leqslant k)$, puis $p_k=P(Y=k)$.

4. Écrire un code Scilab qui produit un affichage graphique représentant ces probabilités, c'est-à-dire la ligne polygonale reliant les points de coordonnées (k,p_k), pour $k\in Y(\Omega)$.

5. Écrire une fonction Scilab prenant en entrée n et p, tirant n entiers aléatoires entre 1 et p, et retournant le maximum de ces valeurs (l'appel de cette fonction est donc une expérience qui simule la variable aléatoire Y).

Exercice 2
Un problème de moindres carrés

Soit n un entier $\geqslant 2$. On considère n points $(x_1,y_1),\ldots,(x_n,y_n)$ du plan euclidien $\mathbb{R}^2$, avec des x_i non tous égaux entre eux. On cherche à montrer qu'il existe des nombres réels λ et μ, uniques, qui rendent minimum la somme

$$\sum_{i=1}^{n}(\lambda x_i+\mu-y_i)^2.$$

Pour tout entier naturel k, on pose $s_k=\sum_{i=1}^{n}x_i^k$ et $t_k=\sum_{i=1}^{n}x_i^k\,y_i$.

1. Première méthode : On pose $f(\lambda,\mu)=\sum_{i=1}^{n}(\lambda x_i+\mu-y_i)^2$, $(\lambda,\mu)\in\mathbb{R}^2$.

1.1. Justifier que la fonction f est de classe $\mathcal{C}^2$ sur $\mathbb{R}^2$.

1.2. Calculer les dérivées partielles de f et les exprimer à l'aide de s_0, s_1, s_2, t_0 et t_1.

1.3. Montrer que $s_0s_2-s_1{}^2>0$. On pourra faire une interprétation euclidienne de cette quantité dans $\mathbb{R}^n$ muni de son produit scalaire canonique.

1.4. Justifier que la fonction f possède un unique point critique (λ_0, μ_0) à préciser, et montrer que f présente en ce point un minimum global strict puis conclure.

2. Deuxième méthode : On veut retrouver le résultat demandé en raisonnant dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^n$ muni de son produit scalaire canonique et de la norme associée. Pour cela, on pose $x = (x_1, \dots, x_n)$ et $e = (1, \dots, 1)$.

2.1. Vérifier que $\|y - (\lambda\, x + \mu\, e)\|^2 = \sum_{i=1}^{n} (\lambda\, x_i + \mu - y_i)^2$.

2.2. Calculer la projection orthogonale de y sur le sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$ engendré par les vecteurs x et e, et l'exprimer à l'aide de s_0, s_1, s_2, t_0, t_1, x et e.

2.3. Conclure.

Problème 1
Des probabilités avec de l'algèbre linéaire

Dans ce problème, $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ désigne la base canonique de $\mathbb{R}^3$ et u l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ dont la matrice M, relativement à la base $\mathcal{B}$, est donnée par $M = \begin{pmatrix} a & a & a \\ b & b & b \\ c & c & c \end{pmatrix}$ avec a, b et c des réels.

On rappelle que $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$ et $e_3 = (0, 0, 1)$.

La deuxième partie de ce problème utilise les résultats de la première partie.

1ère Partie
Étude de la diagonalisabilité de M

1.1. Recherche du rang de M

1.1.1. Justifier que le rang de M est $\leqslant 1$. La matrice M est-elle inversible ?

1.1.2. Préciser le rang de M selon que $(a, b, c) = (0, 0, 0)$ ou bien $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$.

1.2. Recherche d'une base du noyau $\operatorname{Ker} u$ de u

1.2.1. Préciser la dimension de $\operatorname{Ker} u$ suivant les valeurs des réels a, b et c.

1.2.2. Déterminer, suivant les valeurs des réels a, b et c, une base de $\operatorname{Ker} u$. On distinguera les cas $a = b = c = 0$ et $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$.

1.3. Dans cette question, on pose $s = a + b + c$.

1.3.1. Calculer M^2 en fonction de M et s.

1.3.2. En déduire que l'endomorphisme u est un projecteur si, et seulement si, $(a, b, c) = (0, 0, 0)$ ou bien $s = 1$.

1.4. Dans cette question, on pose aussi $s = a + b + c$.

1.4.1. Vérifier que si $s = 0$ alors u admet 0 pour unique valeur propre.

1.4.2. Si $s = 0$, montrer que la matrice M est diagonalisable si, et seulement si, $(a, b, c) = (0, 0, 0)$.

1.5. Dans cette question, on pose $s = a + b + c$ et on suppose que $s \neq 0$.

1.5.1. Montrer que les vecteurs $f_1 = e_1 - e_2$, $f_2 = e_2 - e_3$, et $f_3 = ae_1 + be_2 + ce_3$ forment une base $\mathcal{B}_1$ de $\mathbb{R}^3$.

1.5.2. Déterminer la matrice Δ de u dans la base $\mathcal{B}_1$.

1.5.3. En déduire que M est diagonalisable et que son spectre vaut $\operatorname{Sp}(M) = \{0, s\}$.

1.5.4. On considère la matrice $K_\alpha = M - \alpha I_3$, où α est un réel.

(i) En écrivant M sous la forme $M = P \Delta P^{-1}$, où P est une matrice à préciser, montrer qu'il existe une matrice diagonale Δ_α que l'on calculera, telle que $K_\alpha = P \Delta_\alpha P^{-1}$.

(ii) Pour quelles valeurs du réel α la matrice K_α est-elle inversible ?

1.6. Application : On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$. En utilisant ce qui précède, montrer que la matrice A est diagonalisable, déterminer ses valeurs propres et dire si A est inversible.

$2^{\text{ème}}$ Partie

2.1. Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \lambda e^x e^{-\lambda e^x}$, avec $\lambda > 0$.

2.1.1. Montrer que f est une densité de probabilité sur $\mathbb{R}$.

2.1.2. Soit U une variable aléatoire de densité f et soit $V = \exp(U)$. Déterminer la fonction de répartition de V en fonction de celle de U. En déduire que V est une variable aléatoire à densité. Reconnaître la loi de V.

Dans la suite de cette partie, X, Y et Z désignent trois variables aléatoires indépendantes définies sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ et suivant toutes la loi exponentielle $\mathcal{E}(\lambda)$ où λ est un réel strictement positif.

On considère la matrice $M_1 = \begin{pmatrix} X & X & X \\ Y & Y & Y \\ Z & Z & Z \end{pmatrix}$.

2.2. Rappeler l'espérance et la variance de X.

2.3. Dire, sans chercher sa loi, pourquoi $X + Y$ ne peut suivre une loi exponentielle.

2.4. On rappelle que pour tout couple (U, V) de variables aléatoires indépendantes de densités respectives f_U et f_V, la variable $W = U + V$ admet une densité f_W définie par :

$$\forall\ x \in \mathbb{R}, \quad f_W(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_U(t) f_V(x-t)\, dt.$$

2.4.1. Vérifier que si f_U et f_V sont nulle sur $\mathbb{R}^-$, alors

$$\forall\ x \in \mathbb{R}, \quad f_W(x) = \int_0^x f_U(t) f_V(x-t)\, dt.$$

2.4.2. En déduire que $S = X + Y + Z$ est une variable aléatoire à densité et montrer qu'une densité de la variable aléatoire S est donnée par

$$f_S(x) = \begin{cases} \lambda^3 \frac{x^2}{2} e^{-\lambda x} & \text{si } x > 0, \\ 0 & \text{sinon .} \end{cases}$$

Pour traiter la suite de cette partie, on utilisera avec profit les résultats de la première partie.

2.5. Étude de la matrice aléatoire M_1

2.5.1. Montrer que la probabilité que la matrice M_1 ne soit pas diagonalisable est nulle.

2.5.2. Quelle est la probabilité que M_1 ait une valeur propre de valeur absolue $\geqslant 1$?

Problème 2
Étude des suites définies par une relation de récurrence linéaire

Dans ce problème, $\mathbb{K}$ désigne le corps $\mathbb{R}$ des nombres réels ou $\mathbb{C}$, celui des nombres complexes.

On note $E = \mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ le $\mathbb{K}$ -espace vectoriel des suites d'éléments de $\mathbb{K}$ et $\mathscr{D}$ l'opérateur de décalage défini sur E par :

$$\mathscr{D}\big((u_k)_{k\in\mathbb{N}}\big) = (u_{k+1})_{k\in\mathbb{N}}.$$

De même, $\mathbb{K}[X]$ désigne l'espace vectoriel des polynômes à coefficients dans $\mathbb{K}$ à une indéterminée et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{K}_n[X]$ dénote le sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}[X]$ formé des polynômes de degré $\leqslant n$.

Si $P = X^r - \sum_{q=0}^{r-1} a_q X^q = X^r - a_{r-1}X^{r-1} - \cdots - a_1 X - a_0$ est un polynôme à coefficients dans $\mathbb{K}$ de degré $r \geqslant 1$, on lui associe la partie de E, notée $\mathscr{S}_P(\mathbb{K})$, formée des suites $(u_k)_{k\in\mathbb{N}}$ d'éléments de $\mathbb{K}$ vérifiant la relation de récurrence linéaire :

$$\forall\, n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+r} = a_0 u_n + a_1 u_{n+1} + \cdots + a_{r-1} u_{n+r-1} = \sum_{q=0}^{r-1} a_q u_{n+q}\,. \qquad (\mathscr{R}_P)$$

1ère Partie
Structure de l'ensemble $\mathscr{S}_P(\mathbb{K})$

Soit $r \geqslant 1$ un entier naturel et soit $P = X^r - \sum_{q=0}^{r-1} a_q X^q$ un polynôme à coefficients dans $\mathbb{K}$ de degré r.

3.1. Vérifier que $\mathscr{S}_P(\mathbb{K})$ est un sous-espace vectoriel de E.

3.2. Détermination de la dimension de $\mathscr{S}_P$

3.2.1. Montrer que l'application

$$\begin{array}{rccc} \Phi : & \mathscr{S}_P(\mathbb{K}) & \longrightarrow & \mathbb{K}^r \\ & (u_k)_{k\in\mathbb{N}} & \longmapsto & (u_0, u_1, \ldots, u_{r-1}) \end{array}$$

est un isomorphisme de $\mathbb{K}$-espaces vectoriels.

3.2.2. En déduire que la dimension du $\mathbb{K}$ -espace vectoriel $\mathscr{S}_P(\mathbb{K})$ est égale au degré de P.

3.3. Étude de l'opérateur $\mathscr{D}$ en relation avec $\mathscr{S}_P(\mathbb{K})$

3.3.1. Montrer que $\mathscr{D}$ est un endomorphisme de E.

Dans la suite du problème, on définit des endomorphismes de E en posant :

$$\mathscr{D}^0 = id_E \quad \text{et, pour tout } m \in \mathbb{N}^*,\ \mathscr{D}^m = \mathscr{D} \circ \mathscr{D}^{m-1} \quad \text{puis enfin } P(\mathscr{D}) = \mathscr{D}^r - \sum_{q=0}^{r-1} a_q \mathscr{D}^q.$$

3.3.2. Exprimer $\mathscr{D}^q\big((u_k)_{k\in\mathbb{N}}\big)$ pour tout $q \in \mathbb{N}$ et tout $(u_k)_{k\in\mathbb{N}} \in E$.

3.3.3. Montrer que $\mathscr{S}_P(\mathbb{K})$ coïncide avec le noyau de l'endomorphisme $P(\mathscr{D})$: $\mathscr{S}_P(\mathbb{K}) = \operatorname{Ker} P(\mathscr{D})$.

2ème Partie
Étude de $\mathscr{S}_P(\mathbb{K})$ dans un cas particulier

On s'interesse ici à la détermination de $\mathscr{S}_P(\mathbb{K})$ dans le cas où $P = (X-1)^r$ avec $r \in \mathbb{N}$ et $r \geqslant 2$.

4.1. On considère l'application

$$\begin{array}{rccc} \Delta : & \mathbb{K}[X] & \longrightarrow & \mathbb{K}[X] \\ & Q & \longmapsto & Q(X+1) - Q(X) \end{array}$$

(attention, Q DE $X+1$ et non pas Q FOIS $X+1$).

4.1.1. Vérifier que Δ est un endomorphisme de $\mathbb{K}[X]$.

4.1.2. Si $Q \in \mathbb{K}[X]$ est un polynôme non constant, préciser le degré de $\Delta(Q)$ en fonction de celui de Q, ainsi que le coefficient dominant de $\Delta(Q)$ en fonction de celui de Q.

4.1.3. En déduire que $\Delta(\mathbb{K}_r[X]) \subset \mathbb{K}_{r-1}[X]$ et que le sous-espace vectoriel $\mathbb{K}_{r-1}[X]$ est stable par Δ.

4.1.4. On note Δ_r l'endomorphisme de $\mathbb{K}_{r-1}[X]$ défini par $\Delta_r(Q) = \Delta(Q)$, $Q \in \mathbb{K}_{r-1}[X]$.

Montrer que l'endomorphisme ${\Delta_r}^r$ est nul. On rappelle que ${\Delta_r}^r = \underbrace{\Delta_r \circ \cdots \circ \Delta_r}_{r\,\text{fois}}$.

4.2. On considère l'application

$$\Psi : \mathbb{K}_{r-1}[X] \longrightarrow E$$
$$Q \longmapsto (Q(k))_{k\in\mathbb{N}}$$

4.2.1. Montrer que Ψ est une application linéaire injective.

4.2.2. En déduire que l'espace vectoriel $\operatorname{Im}\Psi$ est de dimension r.

4.3. Expressions des éléments de $\mathscr{S}_{(X-1)^r}(\mathbb{K})$

4.3.1. Vérifier que, pour tout $Q \in \mathbb{K}_{r-1}[X]$, $(\mathscr{D} - id_E)\circ\Psi(Q) = \Psi\circ\Delta_r(Q)$.

4.3.2. Montrer que $(\mathscr{D} - id_E)^r \circ \Psi = \Psi \circ {\Delta_r}^r = 0$ et que $\operatorname{Im}\Psi \subset \operatorname{Ker}(\mathscr{D} - id_E)^r = \mathscr{S}_{(X-1)^r}(\mathbb{K})$.

4.3.3. Montrer alors que $\mathscr{S}_{(X-1)^r}(\mathbb{K}) = \{(Q(k))_{k\in\mathbb{N}} \,;\, Q \in \mathbb{K}_{r-1}[X]\}$.

4.3.4. Justifier que la famille $\big((1)_{k\in\mathbb{N}}, (k)_{k\in\mathbb{N}}, \ldots, (k^{r-1})_{k\in\mathbb{N}}\big)$ est une base de $\mathscr{S}_{(X-1)^r}(\mathbb{K})$.

3ème Partie
Expressions des éléments de $\mathscr{S}_P(\mathbb{K})$ selon $P \in \mathbb{K}[X]$

5.1. Cas où $P = X - \lambda$ avec $\lambda \in \mathbb{K}$

5.1.1. Vérifier que $(u_k)_{k\in\mathbb{N}} \in \mathscr{S}_{X-\lambda}(\mathbb{K})$ si, et seulement si, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \lambda\, u_n$.

5.1.2. En déduire que $\mathscr{S}_{X-\lambda}(\mathbb{K}) = \{a(\lambda^n)_{n\in\mathbb{N}} \,;\, a \in \mathbb{K}\}$.

5.2. Cas où $P = X^r$ avec $r \in \mathbb{N}^*$

5.2.1. Vérifier que $(u_k)_{k\in\mathbb{N}} \in \mathscr{S}_{X^r}(\mathbb{K})$ si, et seulement si, pour tout $k \geqslant r$, $u_k = 0$.

5.2.2. En déduire que la famille $(\varepsilon_0, \ldots, \varepsilon_{r-1})$ est une base de $\mathscr{S}_{X^r}(\mathbb{K})$ où , pour tout $j \in \{0, \ldots, r-1\}$, $\varepsilon_j = (0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots)$, le 1 se trouvant au j ième indice.

5.3. Cas où $P = (X-\lambda)^r$ avec $\lambda \in \mathbb{K}\setminus\{0\}$ et $r \in \mathbb{N}$ et $r \geqslant 2$

5.3.1. Développer le polynôme $(X-\lambda)^r$.

5.3.2. Montrer que $(u_k)_{k\in\mathbb{N}} \in \operatorname{Ker}(\mathscr{D} - \lambda\, id_E)^r$ si, et seulement si, $\left(\dfrac{u_k}{\lambda^k}\right)_{k\in\mathbb{N}} \in \operatorname{Ker}(\mathscr{D} - id_E)^r$.

5.3.3. En déduire que $\mathscr{S}_{(X-\lambda)^r}(\mathbb{K}) = \{(\lambda^k Q(k))_{k\in\mathbb{N}} \,;\, Q \in \mathbb{K}_{r-1}[X]\}$.

5.4. Cas où $P = (X-\lambda)(X-\mu)^r$ avec $\lambda, \mu \in \mathbb{K}$, $\lambda \neq 0$, $\lambda \neq \mu$ et $r \in \mathbb{N}^*$

5.4.1. Soit $\alpha \in \mathbb{K}\setminus\{1\}$. Montrer que l'application de $\mathbb{K}_r[X]$ dans lui même qui à Q fait correspondre $\alpha\, Q(X+1) - Q(X)$ est linéaire et bijective. On pourra exprimer sa matrice dans la base canonique de $\mathbb{K}_r[X]$.

5.4.2. Soit $(u_k)_{k\in\mathbb{N}} \in \mathscr{S}_P(\mathbb{K}) = \operatorname{Ker} P(\mathscr{D})$. Montrer que $(\mathscr{D} - \lambda\, id_E)\big((u_k)_{k\in\mathbb{N}}\big) \in \mathscr{S}_{(X-\mu)^r}(\mathbb{K})$ et en déduire qu'il existe $Q \in \mathbb{K}_{r-1}[X]$ tel que

$$\forall\, n \in \mathbb{N},\quad u_{n+1} - \lambda\, u_n = \mu^n\, Q(n).$$

5.4.3. On note $Q_1 \in \mathbb{K}_{r-1}[X]$ un polynôme tel que $\frac{\mu}{\lambda} Q_1(X+1) - Q_1(X) = Q(X)$ (**5.4.1.**). Montrer que

$$\forall\, n \in \mathbb{N},\quad u_n = u_0\,\lambda^n - \frac{1}{\lambda} Q_1(0)\lambda^n + \frac{\mu^n}{\lambda} Q_1(n).$$

5.4.4. En déduire que $\mathscr{S}_{(X-\lambda)(X-\mu)^r}(\mathbb{K}) = \{(\beta\,\lambda^k + \mu^k R(k))_{k\in\mathbb{N}} \,;\, \beta \in \mathbb{K} \text{ et } R \in \mathbb{K}_{r-1}[X]\}$.

5.4.5. Étude d'un premier exemple

Déterminer les entiers qui sont racines du polynôme $P_1 = X^4 + 2X^3 - 2X - 1$ puis le factoriser dans $\mathbb{R}[X]$; donner l'expression des éléments de $\mathscr{S}_{P_1}(\mathbb{R})$.

5.5. Comment étudier le cas où $P = (X-\lambda)(X-\mu)^r$ avec $\lambda \neq 0$ mais pouvant être égal à $\mu \in \mathbb{K}$ et $r \in \mathbb{N}^*$?

5.6. Cas où $P = (X-\lambda)Q$ avec $\lambda \in \mathbb{K}$, $Q \in \mathbb{K}_r[X]$ et $r \in \mathbb{N}^*$

5.6.1. Montrer que $P(\mathscr{D}) = Q(\mathscr{D}) \circ (\mathscr{D} - \lambda\, id_E) = (\mathscr{D} - \lambda\, id_E) \circ Q(\mathscr{D})$.

5.6.2. En déduire que $(u_k)_{k\in\mathbb{N}} \in \mathscr{S}_P(\mathbb{K})$ si, et seulement si, $(\mathscr{D} - \lambda\, id_E)\big((u_k)_{k\in\mathbb{N}}\big) \in \mathscr{S}_Q(\mathbb{K})$

5.7. Cas général : On suppose ici que le polynôme $P \in \mathbb{K}[X]$ s'écrit $P = \prod_{k=1}^{r}(X - \lambda_k)^{m_k}$, où r est un entier $\geqslant 2$, $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_r$ des éléments deux à deux distincts de $\mathbb{K}$, et $m_1, m_2, \ldots, m_r$ des entiers naturels non nuls.

5.7.1. En faisant un raisonnement par récurrence sur le degré de P, montrer que les éléments de $\mathscr{S}_P(\mathbb{K})$ sont les suites de la forme $\left(\sum_{k=1}^{r} \lambda_k^n R_k(n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ où $R_k \in \mathbb{K}_{m_k-1}[X]$ pour tout $k \in \{1, \ldots, r\}$.

On pourra exploiter le résultat de la question **5.6.** précédente.

5.7.2. En déduire alors une base du $\mathbb{K}$-espace vectoriel $\mathscr{S}_P(\mathbb{K})$.

5.8. Montrer, en précisant l'énoncé du théorème utilisé, que pour tout polynôme unitaire $P \in \mathbb{C}[X]$, les éléments de $\mathscr{S}_P(\mathbb{C})$ ont toujours la forme des suites trouvées dans la question **5.7.** précédente.

5.9. Étude d'un deuxième exemple

Donner la forme générale des éléments de $\mathscr{S}_{P_2}(\mathbb{C})$ où $P_2 = X^7 - 3X^6 + 5X^5 - 7X^4 + 7X^3 - 5X^2 + 3X - 1$, sachant que 1 est racine triple de P_2.

FIN DE L'ÉPREUVE